

12. Übung 2.6.18 1) (S. 118): Der erste Satz der Aufgabenstellung müßte lauten: „Es ist nicht der Fall, daß die Amerikaner und Belgier ihr Geld aufwerten, oder die Deutschen sehen ruhig zu.“ (Oder so ähnlich. Die Verneinung darf sich nicht auf den ganzen Rest des Satzes beziehen.) So wie der Satz jetzt formuliert ist, müßte er formalisiert werden als: $\neg((A \wedge B) \vee D)$. Auch daraus kann das gewünschte Resultat abgeleitet werden, aber dazu braucht man noch die nächste Äquivalenzregel, das Gesetz von De Morgan.
13. Übung 2.6.21 4) (S. 122): Bucher interpretiert „Es ist nicht der Fall, daß bei Föhn das Deck trocken bleibt“ mit $\neg(F \rightarrow T)$. So ist die Aufgabe lösbar. Alternativ könnte man aber auch interpretieren: $\neg(F \wedge T)$. Dann ist die angezielte Folgerung aber nicht herleitbar.
14. Übung 2.6.21 7) (S. 123): Die Behauptung, „A hat entweder gestohlen oder betrogen“ heiße genau „Es ist nicht der Fall, daß A gestohlen und betrogen hat“ ist falsch. „A hat entweder gestohlen oder betrogen“ ist entweder als Disjunktion ($G \vee B$) oder als Kontravalenz ($G \dot{\vee} B$) zu interpretieren, was beides im normalsprachlichen Gebrauch gemeint sein kann. Weder Disjunktion noch Kontravalenz sind äquivalent zu $\neg(G \wedge B)$. Letztere Aussage ist auch wahr, wenn A weder gestohlen noch betrogen hat, aber „A hat entweder gestohlen oder betrogen“ ist dann sicher falsch.

Im übrigen verbaut sich der von Bucher kritisierte Verfasser durch seine (vom sonst in der Logik üblichen Gebrauch abweichende) Verwendung von „Disjunktion“ für „Kontraposition“ nicht *notwendigerweise* die „Lösung“ des Beispiels des Kalifen Omar, solange er nur irgendein vollständiges System der Aussagenlogik zugrundelegt.

15. Übung 2.6.21 12) (S. 126): Zeile 2. muß heißen: $t \rightarrow (u \rightarrow v)$. (Dann ist die angegebene Deduktion korrekt.)
16. Übung 2.6.21 16) (S. 128): In der Lösung (S. 417) fehlt zwischen 13. und 14. eine Kommutation. (Außerdem wurde die Regel der Doppelten Negation implizit angewendet. Für die Prüfung sollten Sie das explizit machen.)
17. Übung 2.6.21 19) (S. 128): Statt der Zeilen 6. und 7. der Lösung (S. 418) sollte es lauten:

6. $\neg(\neg s \vee \neg t) \vee (\neg t \wedge \neg p)$ 2, Impl.
 7. $(\neg\neg s \wedge \neg\neg t) \vee (\neg t \wedge \neg p)$ 6, de M (mit entsprechender Anpassung der folgenden Zeilenangaben) bzw. in der teilweisen hilbertschen Schreibweise und bei gleichzeitiger Anwendung von de M und DN:

6. $(\overline{\neg s \vee \neg t}) \vee (\neg t \wedge \neg p)$ 2, Impl.
 7. $(s \wedge t) \vee (\neg t \wedge \neg p)$ 6, de M, DN

18. Übung 2.6.21 20) (S. 128): In Schritt 10 zu 11 wendet Bucher neben der Kommutation eine nicht eingeführte Regel an. Ein gültiger Beweis in Buchers System könnte von Zeile 9. an so lauten:

9. $(\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee p)$ 8, 5, Konj.
 10. $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ 9, Impl.
 11. $p \leftrightarrow q$ 10, Äquiv.
 12. $(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$ 11, Äquiv.

(Wenn man mit Buchers Zeile 9. beginnen möchte, braucht man noch eine Kommutation.)

19. Übung 2.7 8) (S. 134, Lösung S. 422): Die Klammern dürfen nicht einfach weggelassen werden, wie Bucher das macht. Sollte deshalb ab Zeile 3. z.B. heißen:

- | | |
|--|--------------------------------|
| 3. $\{\bar{q} \cdot \overline{(\bar{p} \vee q)} \vee (q \vee \bar{p})\} \vee \bar{p}p$ | 2, de M, Impl, DN |
| 4. $\{\bar{q} \cdot [(p \wedge \bar{q}) \vee (q \vee \bar{p})]\} \vee \bar{p}p$ | 3, de M, DN |
| 5. $\{\bar{q} \cdot [pq\bar{p} \cdot \bar{q}qp]\} \vee \bar{p}p$ | 4, Dist., vS |
| 6. $\bar{q}\bar{p}p$ | 5, Red. $pq\bar{p}, \bar{q}qp$ |

(Wobei ich Ihnen *dringend* empfehle, nicht so viele Schritte gleichzeitig auszuführen, wie Bucher das z.B. im Übergang von Zeile 2. auf 3. macht. Außerdem können Sie z.B. in Zeilen 3 u. 4. natürlich auch die normale Schreibweise verwenden!)

20. Übung 2.7 9) (S. 134, Lösung S. 422): Auch hier werden Klammern zu früh weggelassen. Vor allem aber ist die Aufgabe mit Zeile 5. gelöst! (Die Zeile 6. würde aus 5. nur folgen, wenn dort statt des einen „ausgeschriebenen“ Konjunktionszeichen „ \wedge “ eine Disjunktion stünde.) Der Blick auf Zeile 5. zeigt, daß der Ausdruck selbstverständlich *nicht* allgemeingültig ist. Zeilen 3. und 4. sollten z.B. lauten:

- | | |
|--|-------------|
| 3. $\overline{(\bar{p} \vee q)} \vee (\bar{r} \vee \bar{s}) \wedge [\overline{(\bar{r} \vee \bar{s})} \vee \overline{(\bar{p} \vee q)}]$ | 2, Impl. |
| 4. $[(\bar{p} \vee q) \vee (\bar{r} \vee \bar{s})] \wedge [(r \wedge s) \vee (p \wedge \bar{q})]$ | 3, de M, DN |

(Sie können natürlich auch die normale Schreibweise verwenden!)

21. Übung 2.7. 10) (S. 134, Lösung S. 423): Fehler in Zeile 2 (einmal Konjunktion statt Disjunktion), ab Zeile 3. falsch gruppiert, Lösung falsch. Korrekt z.B.:

- | | |
|--|--------------------|
| 2. $\neg[\neg p \vee [(\neg q \vee r) \wedge (\neg p \vee q)]] \vee (\neg p \vee r)$ | 1, Impl. |
| 3. $[\neg\neg p \wedge \neg[(\neg q \vee r) \wedge (\neg p \vee q)]] \vee (\neg p \vee r)$ | 2, de M |
| 4. $[\neg\neg p \wedge [\neg(\neg q \vee r) \vee \neg(\neg p \vee q)]] \vee (\neg p \vee r)$ | 3, de M |
| 5. $[\neg\neg p \wedge [(\neg\neg q \wedge \neg r) \vee (\neg\neg p \wedge \neg q)]] \vee (\neg p \vee r)$ | 4, de M |
| 6. $[p \wedge [(q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q)]] \vee (\neg p \vee r)$ | 5, DN |
| 7. $[p \cdot qp \cdot q\bar{q} \cdot \bar{r}p \cdot \bar{r}\bar{q}] \vee \bar{p}r$ | 6, Dist., vS |
| 8. $[p \cdot qp \cdot \bar{r}p \cdot \bar{r}\bar{q}] \vee \bar{p}r$ | 7, Red. $q\bar{q}$ |
| 9. $p\bar{p}r \cdot qp\bar{p}r \cdot \bar{r}p\bar{p}r \cdot \bar{r}\bar{q}\bar{p}r$ | 8, Dist. |

22. Übung 2.8.1 5) (S. 139, Lösung S. 423): Zeile 7. kann der MP nicht direkt auf Zeile 1. angewendet werden, es fehlt die Anwendung der Äquiv. und der Simp.; nach Zeile 9. fehlen noch zwei Zeilen (Impl. u. Komm.) um das Ergebnis zu erreichen.

23. Übung 2.8.1 10) (S. 139, Lösung S. 425): Zeile 8. lautet: $(r \wedge v) \rightarrow \neg q$. (D.h. das t ist durch ein r zu ersetzen.

24. Übung 2.8.2 2) (S. 140): Prämisse 1. heißt $(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s)$

25. Übung 2.8.2 8) (S. 141, Lösung S. 427): Zeile 7. u. 13. sind so falsch; beidesmal wäre die korrekte Folge – je in eigener Zeile – Äquiv., Simp., MP.

26. Übung 4.3 2) 2. (S. 211, Lösung S. 440): Die von Bucher angegebene Lösung $(\forall x \neg Kx)$ ist eine mögliche korrekte Lösung. Bei entsprechende Betonung und ja nach Kontext wäre aber auch die Interpretation möglich, daß mit „*Alles ist nicht käuflich*“ der Satz „*Alles ist käuflich*“ negiert wird. Die Lösung wäre dann: $\neg \forall x Kx$

27. Übung 4.3 2) 3. (S. 211, Lösung S. 440): $\neg \exists x \neg Kx$

28. Übung 4.3 (S. 211) Die Aufgabenstellung sollte lauten: „Formalisieren Sie und bezeichnen Sie kontradiktorische und (sub-)konträre Gegensätz.“

29. Übung 4.4.3 3) 3. (S. 219, Lösung S. 442): Läßt eine weitere (natürlichere?) Interpretation zu. (Vgl. oben zu Übung 4.3 2) 2.)

30. Übung 4.4.3 3) 9. (S. 219, Lösung S. 442): Vgl. Anmerkung 3.
31. Übung 4.4.3 3) 15. (S. 219, Lösung S. 442): Die Lösung Buchers heißt übersetzt: Es gibt etwas, das ist nur gefährlich, wenn es ein Medikament ist und in Überdosis genommen wird. Gemeint ist aber wohl, es gibt etwas, das ist ein Medikament, und das ist nur gefährlich, wenn es in Überdosis genommen wird. Also: $\exists x(Mx \wedge (Gx \rightarrow Ux))$
32. Übung 4.4.3 3) 16. (S. 219, Lösung S. 442): Läßt eine weitere Interpretation zu. (Vgl. oben zu Übung 4.3 2) 2. Bucher übersetzt faktisch das Sprichwort!)
33. Übung 4.4.3 4) 5. (S. 219, Lösung S. 443): Oder: $\forall x[Ax \rightarrow [Zx \rightarrow (Bx \rightarrow \neg Rx)]]$ (Die Lösungen sind äquivalent.)
34. Übung 4.4.3 5) 4. (S. 220, Lösung S. 443): Alternative Interpretation:
 $\forall x(Nx \rightarrow (Bx \rightarrow Hx))$
35. Übung 4.4.3 5) 5. (S. 220, Lösung S. 443): Entsprechend, alternative Interpretation:
 $\forall x(Nx \rightarrow (Bx \leftrightarrow Hx))$
36. Übung 4.4.3 5) 10. (S. 220, Lösung S. 443): Buchers Lösung wäre u.a. wahr, wenn es keine Nachbarn gäbe. Aber normalsprachlich wird man 10. wohl als falsch empfinden, wenn es überhaupt keine Nachbarn gibt. Also besser: $\exists x(Nx \wedge (Bx \rightarrow Hx))$
37. Übung 4.5.4 2) (S. 227, Lösung S. 444): Der Schritt in Zeile 4. ist erlaubt. Allerdings führt von dort kein Weg zum angezielten Ergebnis.
38. Übung 4.5.4 7) (S. 228, Lösung S. 445): Schritt 4. umfaßt nicht nur den Quantorenaustausch, sondern auch de M und Impl.
39. Übung 4.5.4 8) (S. 228, Lösung S. 445): Schritte 4, 5, 11 umfassen nicht nur den Quantorenaustausch, sondern auch de M und Impl. (und DN für Schritt 5).
40. Übung 4.5.4 10) (S. 228, Lösung S. 446): Schritt 5. unterschlägt die Anwendung der Regel der Äquivalenz. Zeile 3. ist eine schlechte Formalisierung der dritten Prämisse: „Die Sterne sind genau dann Fixsterne, wenn sie nicht zum Sonnensystem gehören.“ Die Prämisse soll sagen, daß es für alle Sterne der Fall ist, daß sie genau dann Fixsterne sind, wenn sie nicht zum Sonnensystem gehören. Also: $\forall x(Sx \rightarrow (Fx \leftrightarrow \neg Tx))$. Buchers Formalisierung sagt, daß etwas genau dann nicht zum Sonnensystem gehört, wenn es – dann wenn es eine Sonne ist – ein Fixstern ist. Für alles aber, was keine Sonne ist, gilt, daß es ein Fixstern ist, wenn es eine Sonne ist. (Eine Implikation ist wahr, wenn der Vordersatz falsch ist.) Also gehört alles, was keine Sonne ist, nicht zum Sonnensystem. Zur Übung ein Beweis für Frau Merkel (m):
- | | |
|---|----------------------|
| 1. $\neg Sm$ | |
| 2. $\forall x((Sx \rightarrow Fx) \leftrightarrow \neg Tx)$ | $\therefore \neg Tm$ |
| 3. $(Sm \rightarrow Fm) \leftrightarrow \neg Tm$ | 2, $\neg \forall$ |
| 4. $[(Sm \rightarrow Fm) \rightarrow \neg Tm] \wedge [\neg Tm \rightarrow (Sm \rightarrow Fm)]$ | 3, Äquiv. |
| 5. $(Sm \rightarrow Fm) \rightarrow \neg Tm$ | 4a, Simp. |
| 6. $\neg Sm \vee Fm$ | 1, Add. |
| 7. $Sm \rightarrow Fm$ | 6, Impl. |
| 8. $\neg Tm$ | 5, 7, MP |
41. Übung 4.5.4 10) (S. 229, Lösung S. 447): Schritt 4. Impl., de M, DN
42. Übung 4.5.4 15) (S. 229, Lösung S. 448): Schritt 5: $\neg(Aa \wedge \neg B)$. De M, DN, Impl. führt auf $Aa \rightarrow Ba$. Zeilen 8 u. 12 unterschlagen Schritte.

43. Übung 4.5.4 16) (S. 230, Lösung S. 448): Die Prämissen 1. und 3. widersprechen sich. (Es läßt deshalb alles aus ihnen ableiten.)
44. Übung 4.5.4 18) (S. 230, Lösung S. 448): Aus Zeile 6. läßt sich 9. nicht einfach durch Simplifikation ableiten. (Die Konjunktion bindet stärker als die Implikation.) Der Beweis ist also so nicht korrekt. (Kann aber korrigiert werden.)
45. Übung 4.5.4 19) (S. 230, Lösung S. 449): Selbstverständlich ist die 1. Prämisse ein „wohlformulierter“ deutscher, normalsprachlicher Satz. Und läßt sich mit Bx für „ x lebt nicht von Brot allein“ problemlos mit $\forall x(Mx \rightarrow \neg Bx)$ formalisieren. Aus den Prämissen folgt dann die angezielte Folgerung. Wenn wir die Prämissen wörtlich verstehen, dann ist zweite Prämisse falsch. Es ist aber fraglich, ob man die erste Prämisse wörtlich verstehen sollte, es ist ja ein Bibelzitat. Dann käme noch ein Bedeutungswechsel der Prädikate dazu ...
46. Übung 4.5.4 20) (S. 230, Lösung S. 449): Wenn die zweite Variante des Beweisziels gezeigt werden soll, ist die Ableitung nicht abgeschlossen.
47. Übung 4.5.4 24) (S. 231, Lösung S. 451): In 3. fehlt eine Klammer. Zeilen 4., 6., 15., 16. unterschlagen Schritte.
48. Übung 4.5.4 25) (S. 231, Lösung S. 452): Zeile 10. Äquiv. unterschlagen.
49. Übung 4.5.4 26) (S. 231, Lösung S. 452): 1. in Aufgabenstellung sollte lauten: $\forall x[Ax \rightarrow \neg(Bx \wedge \neg Cx)]$. Zeile 6. in Lösung unterschlägt Impl. und DN.
50. Übung 4.5.4 28) (S. 232, Lösung S. 453): 1. in Aufgabenstellung sollte lauten: $\forall x\{(Lx \vee Mx) \rightarrow [[(Nx \wedge Ox) \vee Px] \rightarrow Qx]\}$. (D.h. es fehlte eine Klammer.) Entsprechend 8. $(La \vee Ma) \rightarrow [[(Na \wedge Oa) \vee Pa] \rightarrow Qa]$. Auch in 13. fehlt eine Klammer (nach der ersten Disjunktion und am Schluß). Das Beweisziel in der Aufgabenstellung sollte lauten: $\exists x(Nx \rightarrow Rx)$. (Das angegebene Beweisziel ist nicht ableitbar.)
51. Übung 4.5.4 29) (S. 232, Lösung S. 453): Buchers Formalisierung setzt voraus, daß Verlieren soviel wie nicht Gewinnen bedeutet. Das kann man bestreiten. (Obwohl es für Kopf oder Zahl wohl korrekt ist.) Ohne diese Voraussetzung wäre die korrekte Formalisierung der Aufgabe:
1. $\forall x(Kx \rightarrow Gx)$
 2. $\forall x(Zx \rightarrow Vx)$
 3. $\forall x(Kx \vee Zx)$
 4. $\neg \exists x(Gx \wedge Vx)$ $\forall x(Gx \rightarrow Kx)$
- In Buchers Formalisierung sind die Prämissen 3. und 4. für den Beweis unnötig.
52. Übung 4.5.4 32) (S. 232, Lösung S. 455): Zu 2.: Die Prämissen sind widersprüchlich, deshalb läßt sich formal korrekt alles aus ihnen ableiten, auch das angegebene Beweisziel. (Es hat also seine drei Pünktchen verdient, auch wenn Buchers Ableitung aber natürlich nicht abgeschlossen ist.)
53. Übung 4.5.4 35) (S. 234, Lösung S. 459): In 1. fehlt eine Klammer. Korrekt: $\forall x[(Mx \vee Nx) \rightarrow Px]$
54. Übung 4.6.1 1) (S. 235, Lösung S. 459): $\forall x(Lx \rightarrow Mx) \rightarrow \forall y(Ky \rightarrow My)$
55. Übung 4.6.1 2) (S. 235, Lösung S. 459): Die Lösung Buchers würde sagen: „Wenn alle Tanker versinken, dann ist Natur zerstört.“ Korrekt also: $\exists x(Tx \wedge Vx) \rightarrow \exists y(Ny \wedge Zy)$, oder auch (äquivalent): $\forall x[(Tx \wedge Vx) \rightarrow \exists y(Ny \wedge Zy)]$

56. Übung 4.6.1 3) (S. 235, Lösung S. 459): Die Lösung Buchers würde sagen: „Wenn alles vierbeinig und langohrig ist, dann sind einige Langohrige Vierbeiner.“ Korrekt also: $\exists x(Vx \wedge Lx) \rightarrow \exists y(Ly \wedge Vy)$, oder auch, äquivalent: $\forall x((Vx \wedge Lx) \rightarrow \exists y(Ly \wedge Vy))$
57. Übung 4.6.1 4) (S. 235, Lösung S. 459): $\forall x(Zx \rightarrow \neg Vx) \rightarrow \neg \forall y(Ry \rightarrow Vy)$
58. Übung 4.6.1 5) (S. 239, Lösung S. 459): Buchers Lösung würde sagen: „Wenn alles verschoben ist, dann finden sich einige Besucher nicht zurecht.“ Korrekt also: $\exists x Vx \rightarrow \exists y(By \wedge \neg Zy)$ oder äquivalent: $\forall x(Vx \rightarrow \exists y(By \wedge \neg Zy))$
59. Übung 4.6.1 9) (S. 239, Lösung S. 459): Buchers Lösung enthält einen Tippfehler, am Schluß sollte nicht Gx sondern z.B. Lx stehen. (Für: „ x ist geprellt“) Die Lösung ist aber auch sonst falsch. Sie sagt: Wenn etwas keine Person ist oder regiert, und niemand gehorcht, dann ist es geprellt. Richtig deshalb: $[\forall x(Px \rightarrow Rx) \wedge \forall y(Py \rightarrow \neg Gy)] \rightarrow \forall x(Px \rightarrow Lx)$. $\forall x(Px \rightarrow Lx)$ sagt, daß alle *Personen* geprellt sind, da aber alle Personen Regierende sind, sagt $\forall x(Px \rightarrow Lx)$ auch, wie gewünscht, daß alle regierenden Personen geprellt sind.
60. Übung 4.6.1 11) (S. 239, Lösung S. 461): Zeilen 9-11:
9. $\neg \forall y(\neg Wy \vee \neg Ly)$ IA
 10. $\exists y \neg(\neg Wy \vee \neg Ly)$ 9, QA
 11. $\exists y(\neg \neg Wy \vee \neg \neg Ly)$ 10, de M
- Zeile 14: $Lb \wedge Wb) \rightarrow Bb$, Zeile 17: $Bb \rightarrow Sb$, Zeilen 21-23:
21. $\exists x(Lx \wedge Sx)$ 20, $+\exists$
 22. $\forall y(Sy \rightarrow Iy)$ 3, 21, MP
 23. $Sa \rightarrow Ia$ 22, $-\forall$
- Zeilen 27-28 (!):
27. $\neg \neg \forall y(\neg Wy \vee \neg Ly)$ 9-27, IB
 28. $\forall y(\neg Wy \vee \neg Ly)$ 27, DN
61. Übung 4.6.2 1) (S. 241, Lösung S. 462): Buchers Lösung nutzt in Zeile 7 unnötigerweise eine Regel, die in seinem System nicht vorgesehen sind, und die er auch als abgeleitete Regeln nicht eingeführt hat. (Dieser Fehler ist leicht zu korrigieren.)
62. Übung 4.6.2 2) (S. 241, Lösung S. 462): Buchers Lösung nutzt in Zeile 3 unnötigerweise eine Regel, die in seinem System nicht vorgesehen sind, und die er auch als abgeleitete Regeln nicht eingeführt hat. Außerdem sollte bemerkt werden, daß ein nicht erfolgreicher Beweisversuch als solches natürlich nicht zeigt, daß eine bestimmte Folgerung nicht gültig ist!
63. Übung 4.6.3 1) (S. 243, Lösung S. 462): Aufgabenstellung korrekt: $\forall x[(Px \rightarrow Qx) \vee \exists y(Ry \wedge Sy)]$
64. Übung 4.6.3 2) (S. 243, Lösung S. 462): Klammer in Aufgabenstellung falsch gesetzt. Korrekt: $\exists x[(Px \wedge Qx) \wedge \exists y Py] \vee \forall z(Fz \rightarrow Gz)$
65. Übung 5.3.1 10. (S. 250, Lösung S. 464): Korrekte Lösung: $Gvmf \leftrightarrow Gmhf$
66. Übung 5.3.3 2. (S. 256, Lösung S. 465): Korrekte Lösung: $\exists x(Bx \wedge \neg \exists y(Ky \wedge Exy))$. Die Lösung Buchers – $\exists x(Bx \wedge \exists y(Ky \wedge \neg Exy))$ – würde bedeuten: Es gibt einige Bauern, die ernten einige Kartoffeln nicht, oder klarer: Es gibt einige Bauern, die ernten nicht alle Kartoffeln.

67. Übung 5.3.3 6. (S. 256, Lösung S. 465): Beste Lösung ohne Individuenkonstanten vielleicht: $\exists y(Ly \wedge \forall x(Bxy \rightarrow Ax))$, d.h. es gibt mindestens einen Lift, der nur von Angestellten benutzen wird. Näher an Buchers Lösung: $\forall x\exists y(Ly \wedge (Bxy \rightarrow Ax))$ für jeden (Menschen?) gibt es mindestens einen Lift, der nur von Angestellten benutzt wird. Buchers Lösung $\forall x\exists y((Ly \wedge Bxy) \rightarrow Ax)$ würde bedeuten, daß es für jeden etwas gibt, das, wenn es ein Lift ist und benutzt wird, dann nur von Angestellten benutzt wird. Das Problem ist wieder, daß dieser Satz allein schon dann wahr ist, wenn es etwas gibt, das kein Lift ist. Alternativ könnte man „den Lift“ als ein Individuum – einen bestimmten, bekannten Lift l – verstehen, und dann formalisieren: $\forall x(Bxl \rightarrow Ax)$. (Aber das ist natürlich nicht der Zweck der Übung. Oder doch? Vgl. 8.!)
68. Übung 5.3.3 7. (S. 256, Lösung S. 465): Vgl. Anmerkung 3. Wenn wir den normalen Sprachgebrauch folgen, wohl eher: $\forall x(Ax \rightarrow \exists y(Ly \wedge Bxy))$.
69. Übung 5.3.4 8. (S. 259, Lösung S. 466): Die Lösung Buchers ist problematisch. Denn wie soll das vierstellige Prädikat R lauten? Nirgends davor im Satz wird ausgedrückt, daß es sich bei dem Verlust z um den Verlust von allen Aktien handelt. Also müßte das im Prädikat stehen. Etwa: x redet mit y über z von w . Das Problem ist, daß dieser Satz bei Einsetzung beliebiger Individuen aus dem Redebereich für z nicht wahr oder falsch, sondern unsinnig wird: *Peter* redet mit *Paul* über *Pauls Katze* von *der Aktie mit der Seriennummer 19382958*. (Jedenfalls ist es sehr schwierig, den Redebereich sinnvoll so zu bestimmen, daß der Satz nicht unsinnig wird.) Besser deshalb: $\forall x(Px \rightarrow \exists y(Py \wedge \exists z\forall w(Aw \rightarrow (Vzw \wedge Rxyz))))$. (Vzw : z ist der Verlust von w , $Rxyz$: x redet mit y über z)
70. Übung 5.3.5 2. (S. 261, Lösung S. 466): Zitat Bucher: „Man kann eine Schwester gewiß nicht so haben, wie man ein Auto oder ein Pferd hat. Erfreulicherweise gibt uns die Sprache auch hier wieder eine Ausweichmöglichkeit, um dem unangemessenen ‚haben‘ zu entgehen, nämlich so: [...] Jemand ist die Schwester von Judith“. Das gilt doch wohl auch für Freunde. Also (viel) besser: $\forall x(Px \rightarrow (\exists yFyz \rightarrow Sx))$. Außerdem setzt Bucher die Klammer falsch. Aus seiner Lösung würde folgen, daß alles, was nicht Person ist, Sicherheit hat.
71. Übung 5.3.6 1) 3. (S. 263, Lösung S. 468): Die angegebene Äquivalenz ist *nicht* die Lösung! Bucher möchte sagen, daß es sich um zwei äquivalente Lösungen handelt. Seine Lösungen sagen aber eher: Nicht jeder Mensch ist Meister eines Faches. Besser vielleicht: $\neg\forall x(Px \rightarrow \exists y(Fyx \wedge Mxy))$.
72. Übung 5.3.6 1) 4. (S. 263, Lösung S. 468): Buchers Lösung $\forall x\exists y[(Kyx \wedge \neg Gy) \rightarrow \neg Gx]$ wäre damit vereinbar, daß alle Menschen, die unglückliche Kinder haben, glücklich sind, solange es nur etwas gibt, das nicht ihr Kind ist oder glücklich ist. Das ist mit dem normalsprachlichen Satz sicher nicht gemeint. Korrekt wäre z.B.: $\forall x[\exists y(Kyx \wedge \neg Gy) \rightarrow \neg Gx]$. (Es muß also nur die Klammer versetzt werden.)
73. Übung 5.3.6 1) 10. (S. 263, Lösung S. 468): Buchers Lösung $\forall x[(Px \rightarrow \neg Bxx) \rightarrow \exists y(Py \wedge \neg Bxy)]$ hat zwei Probleme: 1. Im zweiten Satzteil des Aufgabensatzes gibt es einen Rückbezug auf das „etwas“ im ersten Satzteil. Das geht in der Formalisierung Buchers verloren. Deshalb braucht man eine dritte Variable. 2. Wenn man Bxy als „ x hat y etwas beigebracht“ interpretiert, sagt die Formalisierung Buchers: Wenn jemand sich selbst nichts beigebracht hat, dann gibt es jemanden, dem er nichts beigebracht hat. Das ist sicher wahr, denn dieser jemand kann auch er selbst sein. Besser z.B.: $\forall x(Px \rightarrow \forall y\forall z(Py \wedge Bxyz \rightarrow Bxyx))$. (Eine ganz exakte Lösung würde noch die Einführung der Identität voraussetzen.)

74. Übung 5.3.6 2) 2. (S. 263, Lösung S. 468): Buchers Lösung $\forall x\exists y\forall z((Px \wedge Fxy) \rightarrow (Pz \rightarrow Fxz))$ würde sagen: Für jeden gibt es *etwas*, zu dem er nur freundlich ist, wenn er zu allen freundlich ist. (Das ist z.B. der Fall, wenn es für jeden etwas gibt, zu dem er nicht freundlich ist!) Gemeint ist aber wohl: Wenn jemand zu *irgend jemanden* freundlich ist, dann ist er zu allen freundlich, also: $\forall x\forall y\forall z((Px \wedge Py \wedge Fxy) \rightarrow (Pz \rightarrow Fxz))$.
75. Übung 5.3.6 2) 3. (S. 263, Lösung S. 468): Buchers Lösung $\forall x\exists y\exists z[Lxy \rightarrow (Pz \wedge Bzx)]$ würde sagen: Für jedes Ding gibt es etwas, das es (das Ding) nur leistet, wenn es jemanden gibt, der es (das Ding) beneidet. (Das ist z.B. der Fall, wenn es für jedes Ding etwas gibt, das es nicht leistet!) Gemeint ist aber wohl: Wenn *jemand irgend* etwas leistet, dann wird er von jemandem beneidet. Also: $\forall x\forall y\exists z[(Px \wedge Lxy) \rightarrow (Pz \wedge Bzx)]$
76. Übung 5.3.6 2) 4. (S. 263, Lösung S. 468): Buchers Lösung $\exists x\forall y\exists z((Lx \wedge Py) \rightarrow Kyzx)$ wäre wahr, wenn es Laden gäbe, aber keinen aus dem jeder etwas kauft, und dafür irgendetwas, was kein Laden ist. Damit wäre aber der Satz „Es gibt einen Laden, aus dem jeder etwas kauft.“ sicher einfach falsch. Korrekt wären $\exists x\forall y\exists z(Lx \wedge (Py \rightarrow Kyzx))$ oder (äquivalent) $\exists x(Lx \wedge \forall y(Py \rightarrow \exists zKyzx))$. (Hinweis und Lösungsvorschläge Tim Simon.)
77. Übung 5.3.6 2) 5. (S. 263, Lösung S. 468): Buchers Lösung $\forall x\exists y\exists z[(Px \wedge Py \wedge Wxyz) \rightarrow Dx]$ wäre z.B. schon allein dann wahr, wenn es etwas gibt, was keine Person ist – selbst wenn es Personen gibt, die anderen etwas wegnehmen, und keine Person, die anderen etwas wegnimmt, ein Dieb ist. Gemeint ist aber wohl: Wenn jemand *irgend* jemandem *irgend* etwas wegnimmt, dann ist er ein Dieb. Also besser: $\forall x\forall y\forall z[(Px \wedge Py \wedge Wxyz) \rightarrow Dx]$. Aber auch diese Lösung ist nicht ganz befriedigend, da man danach auch dann, wenn man sich selbst etwas wegnimmt, ein Dieb wäre. (Eine ganz exakte Lösung würde noch die Einführung der Identität voraussetzen.)
78. Übung 5.3.6 2) 6. (S. 263, Lösung S. 468): Interpretieren Sie „Zirkusleute erschrecken ...“ als „Einige Zirkusleute erschrecken ...“
79. Übung 5.3.6 2) 7. (S. 263, Lösung S. 468): Buchers Lösung $\forall x\exists y\exists z[(Px \wedge Py) \rightarrow Lxyz]$ wäre auch wahr, wenn niemand irgend jemand etwas leihen würde, solange es irgend etwas gibt, das keine Person ist. Also: $\forall x\exists y\exists z[Px \rightarrow (Py \wedge Lxyz)]$
80. Übung 5.3.6 2) 8. (S. 263, Lösung S. 468): „Jeder Student löst einige Aufgaben“ formalisiert Bucher mit $\forall x[Sx \wedge \exists y(Ay \rightarrow Lxy)]$, d.h. alles ist Student, und es gibt etwas, das, wenn es eine Aufgabe ist, von ihm gelöst wird. Das erste Glied der Konjunktion ist zu stark, das zweite zu schwach, da es wahr ist, wenn irgendetwas keine Aufgabe ist. „Kein Studente löst alle Aufgaben“ formalisiert Bucher mit $\neg\exists x\forall y[Sx \wedge Lxy]$, d.h. kein Student löst alles. Korrekt: $\forall x[Sx \rightarrow \exists y(Ay \wedge Lxy)] \wedge \neg\exists x\forall y[Sx \wedge (Ay \rightarrow Lxy)]$
81. Übung 5.3.6 2) 9. (S. 264, Lösung S. 468): „Keine Hand ergreift eine Welle oder einen Schatten“ formalisiert Bucher mit: $\forall x\forall y\forall z[(Kx \wedge Wy \wedge Sz) \wedge Kx \rightarrow (Exy \vee Exz)]$ Wenn man keinen Klammerfehler annimmt, ist das zweite Kx unnötig und unerklärlich. Was sollen Kx und Exy bedeuten? „ x ist eine Hand“ und „ x ergreift y “? Dann hätte Bucher formalisiert: Jede Hand ergreift von jedem Paar von Wellen und Schatten entweder die Welle oder den Schatten. Oder soll Exy bedeuten „ x ergreift y nicht“? Dann hätte Bucher formalisiert: Jede Hand ergreift von jedem Paar von Wellen und Schatten entweder die Welle nicht oder den Schatten nicht. Oder solle Kx bedeuten „ x ist keine Hand“? Dann hätten wir: Alles was keine Hand ist, ergreift von jedem Paar von Wellen und Schatten entweder die Welle oder den Schatten. (Oder, mit der zweiten Interpretation von Exy : Alles was keine Hand ist, ergreift von jedem Paar von Wellen und Schatten entweder die Welle nicht oder den Schatten nicht.) Korrekt z.B.: $\forall x\forall y[Kx \rightarrow (Wy \vee Sy \rightarrow \neg Exy)]$

82. Übung 5.3.6 2) 10. (S. 264, Lösung S. 468): Buchers Lösung $\forall x\exists y\exists z[(Px \wedge Py \wedge Lz \wedge Gxyz) \rightarrow Fxz]$ wäre schon allein dann wahr, wenn es irgend etwas gibt, was keine Person ist oder keine Grube. Gemeint ist aber doch wohl: Wer *irgend* jemanden *irgendeine* Grube fällt, der fällt selbst in sie. Korrekt: $\forall x\forall y\forall z[(Px \wedge Py \wedge Lz \wedge Gxyz) \rightarrow Fxz]$
83. Übung 5.3.6 3) 2. (S. 264, Lösung S. 468): Buchers Lösung $\forall x\exists y\exists z\exists u[Px \rightarrow (Lxyz \vee Lxyu)]$ formalisiert nicht explizit, daß es hier um Bücher geht, die gelesen werden. Außerdem fördert sie die Illusion, daß hier tatsächlich ausgedrückt wird, daß es mindestens zwei Bücher sind, die jeder liest. Das ist aber mit den gegebenen Mitteln, ohne die Einführung der Identität, nicht ausdrückbar. Insbesondere sind $\forall x\exists y\exists z\exists u[Px \rightarrow (Lxyz \vee Lxyu)]$ und $\forall x\exists y\exists z[Px \rightarrow (Lxyz)]$ äquivalent! Korrekt: $\forall x\exists y\exists z[Px \rightarrow (Bz \wedge Lxyz)]$
84. Übung 5.3.6 3) 3. (S. 264, Lösung S. 468): Buchers Lösung $\forall x\exists y\forall z[(Px \wedge Py \wedge Gxyz) \rightarrow \neg\exists z\forall uGxzu]$ wäre wieder einmal schon allein dann wahr, wenn es etwas gibt, was keine Person ist. Korrekt z.B. $\forall x(Px \rightarrow [\exists y\forall z(Py \wedge Gxyz) \rightarrow \exists y\forall z(Py \wedge \neg Gxyz)])$
85. Übung 5.4 1) (S. 266, Lösung S. 468): Buchers Lösung nutzt in Zeile 8 unnötigerweise eine Regel, die in seinem System nicht vorgesehen sind, und die er auch als abgeleitete Regeln nicht eingeführt hat.
86. Übung 5.4 2) (S. 266, Lösung S. 469): Buchers Lösung nutzt in Zeilen 4 und 8 unnötigerweise Regeln, die in seinem System nicht vorgesehen sind, und die er auch als abgeleitete Regeln nicht eingeführt hat. In Zeile 2. formalisiert er seine zweite Prämisse nicht korrekt: Seine Formalisierung $\neg\forall x[Ax \rightarrow \forall y(Ky \rightarrow \neg Gxy)]$ – sagt, daß kein Angestellter irgendeinen Konkurrenten grüßt, oder direkter, daß alle Angestellten keinen Konkurrenten grüßen. Die korrekte Formalisierung der zweiten Prämisse wäre z.B. $\neg\exists x(Ax \wedge \forall y(Ky \rightarrow Gxy))$. Mit dieser Prämisse ist der Folgerung aber nicht ableitbar.
87. Übung 5.4 3) (S. 266, Lösung S. 469): Versuchen Sie abzuleiten:

1. $\forall x(Ex \rightarrow \forall y(Ry \rightarrow Wxy))$
2. $\exists x Ex$ $\exists x(Ex \wedge \exists y(Ry \rightarrow Wxy))$

Das Beweisziel „ $\exists x(Ex \wedge \exists y(Ry \rightarrow Wxy))$ “ formalisiert nicht das normalsprachlich formulierte Beweisziel: „Also war eine Eingabe über Steuersenkungen an einige Ratsmitglieder weitergeleitet worden.“ Dieser normalsprachliche Satz ist sicher falsch, wenn keine Eingabe an ein Ratsmitglied weitergeleitet wurde. Der formalisierte Satz ist dagegen z.B. wahr, wenn keine Eingabe an ein Ratsmitglied weitergeleitet wurde, es aber irgendeine Eingabe und irgendetwas gibt, das nicht Ratsmitglied ist. (Da für dieses Individuum – nennen wir es h – dann für jedes Ding a die Aussage $Rh \rightarrow Wah$ wahr ist.)

Daß aus $\exists x Ex$ und $\exists y \neg Ry$ ganz ohne jede Aussage über Weiterleitungen das Beweisziel folgt, können wir zur Übung auch beweisen:

- | | |
|---|---|
| 1. $\exists x Ex$ | |
| 2. $\exists y \neg Ry$ | $\therefore \exists x(Ex \wedge \exists y(Ry \rightarrow Wxy))$ |
| <i>s</i> 3. Es | <u>1, $\neg\exists$</u> |
| <i>h</i> 4. $\neg Rh$ | 2, $\neg\exists$ |
| 5. $\neg Rh \vee Wsh$ | 4, Add. |
| 6. $Rh \rightarrow Wsh$ | 5, Impl. |
| 7. $\exists y(Ry \rightarrow Wsy)$ | 6, $+\exists$ |
| 8. $Es \wedge \exists y(Ry \rightarrow Wsy)$ | 3, 7, Konj. |
| 9. $\exists x(Ex \wedge \exists y(Ry \rightarrow Wxy))$ | 8, $+\exists$ |

Korrekterweise müßte das Beweisziel formalisiert werden als $\exists x(Ex \wedge \exists y(Ry \wedge Wxy))$, das ist aber aus den Prämissen nicht beweisbar.

Die Lösung Buchers enthält leider noch weitere Unsauberkeiten: Das Prädikat E steht in der ersten Prämisse für „... ist eine Eingabe“, in der Lösung soll es plötzlich für „... ist eine Eingabe über Steuersenkung“ stehen. (Ein solcher Wechsel der Bedeutung von Prädikaten ist natürlich nicht erlaubt.) Es formalisiert nicht „Es gab einige Eingaben zur Steuersenkung“ (im Kontext korrekt zu formalisieren als: $\exists x(Ex \wedge Sx)$) sondern etwa einen Satz wie „Das Konvolut ‚Steuer‘ ist eine Eingabe“. Die korrekte Formalisierung der (unlöslichen) normalsprachlichen Aufgabenstellung wäre also gewesen:

$$\begin{array}{l} 1. \forall x(Ex \rightarrow \forall y(Ry \rightarrow Wxy)) \\ 2. \exists x(Ex \wedge Sx) \qquad \qquad \qquad \frac{\exists x((Ex \wedge Sx) \wedge \exists y(Ry \wedge Wxy))}{} \end{array}$$

Zuletzt ist die Vorgehensweise in Zeile 8. des Beweises in der Lösung nicht regelgerecht. Zur korrekten Vorgehensweise ab Zeile 7. vgl. die Zeilen 8 u. 9 oben.

88. Übung 5.4 5) (S. 266, Lösung S. 469): Schritte 7. und 8. der Lösung natürlich unnötig.

Anmerkung 1. S. 46: Irreal- und Modalsätze werden von mir auch als Aussagen betrachtet.

Anmerkung 2. S. 57: Die Ausführungen zu „Kinder und Rentner zahlen die Hälfte“ könnte man so mißverstehen, als meine Bucher $K \wedge R$ sei eine falsche Formalisierung. Im Rahmen der Aussagenlogik ist diese Formalisierung korrekt.

Anmerkung 3. S. 58: Daß „muß“ eine „geläufige Redeweise“ für die Äquivalenz sei, kann getrost bezweifelt werden.

Anmerkung 4. S. 73: Bucher faßt Wenn-Dann-Aussagen, bei denen „uns“ bekannt ist, daß sachlich eine Äquivalenz vorliegt, als Äquivalenzen auf, und geht soweit, ihre Formalisierung durch eine Implikation als „falsch“ zu bezeichnen. Mir scheint das aus verschiedenen Gründen problematisch zu sein: Z.B. könnte es sein, daß demjenigen, der eine Wenn-Dann-Aussage äußert, das sachliche Vorliegen einer Äquivalenz unbekannt ist, oder daß er ein Argument auf die schwächere Annahme der Implikation aufbauen will. Wenn-Dann-Aussagen ist die normale Art Implikationen auszudrücken. Wenn man der Sprachregelung Buchers folgen würde, würde das die Mehrdeutigkeit der Sprache erhöhen. (In der Prüfung werde ich bei eindeutigem sachlichen Vorliegen einer Äquivalenz sowohl eine Implikation wie die Äquivalenz als Lösung akzeptieren.)

Anmerkung 5. S. 81: Das 3. Beispiel ist nicht „falsch“, sondern kontingent (erfüllbar).

Anmerkung 6. S. 93: Den letzten Absatz („Die Widerlegung ... nicht beeinflusst.“) könnte man so (miß-)verstehen, daß es immer ausreicht, *eine* Möglichkeit zu testen, wenn es mehrere Möglichkeiten gibt, den für die Falschheit der getesteten Aussage notwendigen Wahrheitswert zu erreichen. Das ist nicht der Fall, wie das in der Vorlesung benutzte Beispiel zeigt.

Wenn man allerdings eine Aussage darauf testet, ob es sich dabei um eine Tautologie handelt, und eine Belegung gefunden hat, die die Aussage falsch macht, ist man fertig: Man weiß nun, daß es sich um keine Tautologie handeln kann. Die Aussage muß entweder kontingent oder logisch falsch sein.

Im Beispiel S. 93 reicht es, eine Möglichkeit zu testen, da die beiden Seiten der getesteten Äquivalenz identisch sind. (Das müßte man als Begründung angeben, wenn man nur eine Möglichkeit testet.)

Anmerkung 7. S. 97: „Doch bleibt weiterhin offen, welche Regeln wahrheitskonservierend sind, d.h. welche Regeln zu Schlüssen führen, ohne den in den Prämissen enthaltenen Wahrheitswert zu ändern.“ Das ist zumindest mißverständlich. Wahrheitskonservierende Regeln dürfen nicht von wahren Prämissen zu falschen Folgerungen, wohl aber von falschen Prämissen zu wahren Folgerungen führen.

Warnung 8. S. 101: Bucher wendet die Regel der DN implizit an, ohne sie anzugeben. (Auch oft in den Übungen.) Das sollten Sie nicht tun!

Bemerkung 9. S. 138: Die Ableitung mit den Pfeilüberschneidungen ist zwar fehlerhaft, aber die Ableitung läßt sich korrekt durchführen. Versuchen Sie das als Übung!

Anmerkung 10. S. 161: Das Beweisschema ist falsch. (Entdecken Sie die fehlerhafte Zeile?) Die Bs sind alle durch As zu ersetzen. (Das heißt nicht, daß alle Zeilen, in denen ein B vorkommt, falsch sind! Sie sind allerdings nicht zielführend.)

Anmerkung 11. S. 207: „Jemand jodelt oder schläft“ ist eine Aussage, die wahr oder falsch sein kann. Es ist deshalb keine Übersetzung einer Aussageform, die erst wahr oder falsch wird, wenn Individuennamen eingesetzt werden, oder wenn die Variablen durch Quantoren gebunden werden.

Anmerkung 12. S. 209: Der letzte Satz „Unter ‚etwas‘ oder ‚es gibt einige‘ verstehen wir mindestens ein Ding; es können auch mehrere sein, jedoch nicht alle“ ist mißverständlich. Wenn gilt $\exists x Rx$ kann durchaus auch gelten $\forall x Rx$. (Daß etwas für einiges gilt, schließt nicht aus, daß es für alles gilt.)

Anmerkung 13. S. 218: Einige Häuser sind sonnig, gut isoliert und teuer, oder billig und mehrstöckig: $\exists x \{ Hx \wedge [(Sx \wedge Ix \wedge Tx) \vee (Bx \wedge Mx)] \}$

Jeder Bewerber, der Brillenträger oder farbenblind ist, braucht einen Sonderausweis:
 $\forall x [(Bx \wedge (Cx \vee Fx)) \rightarrow Sx]$ oder $\forall x [Bx \rightarrow ((Cx \vee Fx) \rightarrow Sx)]$

Anmerkung 14. S. 221 ff.: Die Einschränkungen für die Quantorenregeln sind bei Bucher nicht sehr präzise dargestellt. Vgl. deshalb die Präsentation.

Anmerkung 15. S. 236: Vgl. Anmerkung 11.

Anmerkung 16. S. 236: (5) $\exists x Ax \rightarrow Bx$

Anmerkung 17. S. 238: (9') $\exists x Ex \rightarrow [\forall y \neg Fy \rightarrow \exists z Vz]$

Anmerkung 18. S. 239: (12) $\forall x [Ex \rightarrow (\forall y \neg Fy \rightarrow Vx)]$ (In der Lösung Buchers würde *eine* nicht fahrbereite Person ausreichen, um die armen Eingeladenen zu verspäten.)

Anmerkung 19. S. 240: 4. sollte lauten: $\forall x (Px \rightarrow Qx) \rightarrow (\forall x Px \rightarrow \forall x Qx)$. D.h. es fehlte eine Klammer.

Anmerkung 20. S 242: Beispiel 2) 3. Zeile fehlt am Schluß ein R vor dem z .